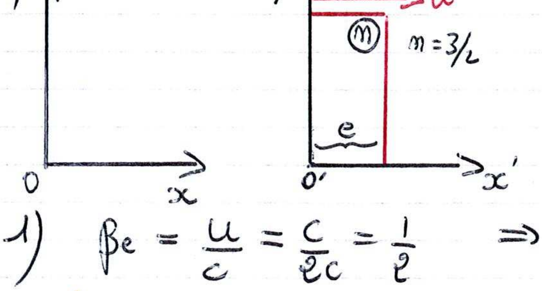
III Vitesse de la lumière dans un milieu matériel en mouvement



$u = \frac{c}{2}$

E_1 est origine $\quad E_1 \Big|_{R'} \begin{matrix} 0 \\ 0\,ct'_1 \end{matrix} \quad E_1 \Big|_{R} \begin{matrix} 0 \\ 0\,ct \end{matrix}$

1) $\beta_e = \frac{u}{c} = \frac{c}{2c} = \frac{1}{2} \Rightarrow \gamma_e = 1{,}155$

2)

sortie de l'éclair de la lame

$$E_2 \Big|_{R'} \begin{cases} x'_2 = e = 10^{-2}\,m \\ ct'_2 = me = 1{,}5\,10^{-2}\,m \end{cases}$$

$\frac{c}{v} \to$ chemin d'opt.

$$E_2 \Big|_{R} \begin{cases} x_2 = \gamma_e(x'_2 + \beta_e ct'_2) = \gamma_e e(1+\beta_e n) = 2{,}02\,10^{-2} \\ ct_2 = \gamma_e(ct'_2 + \beta_e x'_2) = \gamma_e e(n+\beta_e) = 2{,}31\,10^{-2}\,m \end{cases}$$

Lorentz - Poincaré

3) $t'_2 = 50\,ps$

$t_2 = 76{,}98\,ps.$

distance dans R : $2{,}02\,10^{-2}\,m$

4) Carré de l'intervalle (invariant relativiste) $s_{12}^2 = (ct_2)^2 - x_2^2 = (ct'_2)^2 - x_2'^2$

$$= n^2e^2 - e^2 = e^2(n^2-1) = 1{,}25\,cm^2$$

5) vitesse de l'éclair $\to$ dans R' $v' = \frac{c}{n} = \frac{x'_2}{t'_2}$

$\to$ dans R' $v = \frac{x_2}{t_2} = \frac{\cancel{\gamma_e}\, \cancel{e}(1+\beta_e n)c}{\cancel{\gamma_e}\,\cancel{e}(n+\beta_e)} = c\frac{(1+\beta_e n)}{n+\beta_e}$

<u>A partir des formules de transformation des vitesses</u> $\to$ $v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{u v'_x}{c^2}} = \frac{\frac{c}{n} + \beta_e c}{\frac{n}{n} + \beta_e/n}$

$$= c\frac{(1+\beta_e n)}{n+\beta_e} \quad \text{idem}$$

AN : $\frac{v}{c} = \frac{(1+3/4)}{3/2+1/2} = \frac{7}{4\times 2} = \frac{7}{8}$

$\frac{v'}{c} = \frac{2}{3}$

6) <u>Approximation newtonienne</u> $\overset{R}{v} = \overset{R'}{v'} + u = \frac{c}{n} + u$

7) Réécriture de v : $v = u + \frac{c}{n(u)}$

expression relativiste : $v = c\frac{(1+\beta_e n)}{(n+\beta_e)} = u - u + c\frac{(1+\beta_e n)}{(n+\beta_e)}$

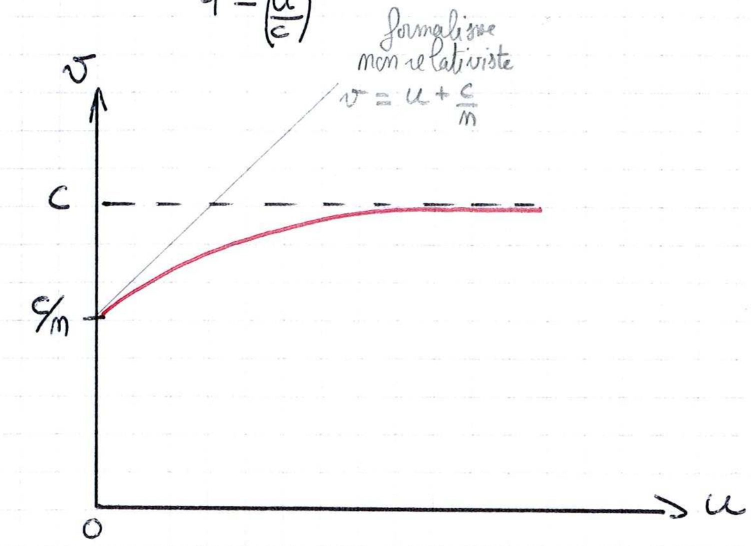
$$= u + \frac{c(1+\beta_e n) - c\beta_e(n+\beta_e)}{(n+\beta_e)}$$

$$= u + c\frac{(1 + \cancel{\beta_e n} - \cancel{\beta_e n} - \beta_e^2)}{(n+\beta_e)} = u + c\frac{(1-\beta_e^2)}{n+\beta_e}$$

$$= u + \frac{c}{n(u)}$$

on assimile $n(u) = \frac{n+\beta_e}{1-\beta_e^2} = n\frac{(1+\beta_e/n)}{1-\beta_e^2}$ $\Rightarrow$ indice apparent dans le référentiel R

$$n(u) = \frac{n\left(1 + \frac{u}{nc}\right)}{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}$$



$u \ll c \rightarrow n(u) \rightarrow n$ Newton

$u \rightarrow c \rightarrow v \rightarrow c$

$$\frac{c}{n(u)} + \cancel{u} = v_R < v_{R\,\text{non relativiste}} = \frac{c}{n} + \cancel{u}$$

$$\Rightarrow \underbrace{n(u)}_{\text{milieu matériel + contribution due à l'éther}} > n$$

vitesse v reçue plus petite, c'est si l'éther était entraîné par le mouvement de la lame

1. Pour un proton en mouvement dans un champ magnétique, on a :

$$\frac{\gamma m_p v^2}{R} = evB \quad \text{soit} \quad BR = \frac{\gamma m_p v}{e} = \frac{\gamma \beta m_p c}{e} = (\gamma^2 - 1)^{1/2} \frac{m_p c}{e}$$

Comme $\mathcal{E}_k = (\gamma - 1) m_p c^2$, il vient :

$$BR = \frac{m_p c}{e} \left[\left(\frac{\mathcal{E}_k}{m_p c^2} + 1 \right)^2 - 1 \right]^{1/2} \quad \text{soit} \quad BR = \frac{m_p c}{e} \left[\left(\frac{\mathcal{E}_k}{m_p c^2} \right)^2 + \frac{2\mathcal{E}_k}{m_p c^2} \right]^{1/2}$$

2. La fréquence f du champ électrique est telle que :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi R} = \frac{\beta c}{2\pi R} = \frac{c}{2\pi R \gamma} (\gamma^2 - 1)^{1/2} = \frac{c}{2\pi R} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right)^{1/2}$$

Lorsque γ augmente, f tend vers $f_0 = c/(2\pi R) = 5,67$ MHz ; B et f doivent varier de telle sorte que :

$$\frac{c(\gamma^2 - 1)^{1/2}}{R} = \gamma 2\pi f = \gamma \omega \quad \text{soit} \quad f = \frac{eB}{2\pi \gamma m_p}$$

3. La relation entre B et γ est :

$$B = (\gamma^2 - 1)^{1/2} \frac{m_p c}{eR} = 0,371(\gamma^2 - 1)^{1/2}\ \mathrm{T}$$

Par conséquent :

i) Pour $\mathcal{E}_{k,1} = 3,6\ \mathrm{MeV}$, $\gamma_1 = 1,00384$ et $B_1 = 0,0326\ \mathrm{T}$ soit $32,6\ \mathrm{mT}$.

ii) Pour $\mathcal{E}_{k,2} = 2,9\ \mathrm{GeV}$, $\gamma_2 = 4,09167$ et $B_2 = 1,47\ \mathrm{T}$.

4. Établissons la relation entre f , f_0 et B :

$$f = f_0 \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)^{1/2} \quad \text{o} \quad \gamma^2 = 1 + \left(\frac{eBR}{mc}\right)^2 = 1 + \left(\frac{B}{B_0}\right)^2 \quad \text{avec} \quad B_0 = \frac{mc}{eR}$$

Donc :

$$f = f_0 \left(1 - \frac{1}{1 + B^2/B_0^2}\right)^{1/2} = f_0 \left(\frac{B^2/B_0^2}{1 + B^2/B_0^2}\right)^{1/2} = f_0 \frac{1}{(1 + B_0^2/B^2)^{1/2}}$$